

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ЗЕМЛИ им. Г. А. ГАМБУРЦЕВА

---

на правах рукописи

Решетняк Максим Юрьевич

**Моделирование процессов динамо в геофизике**

Специальность 25.00.10

Геофизика, геофизические методы поисков полезных ископаемых

АВТОРЕФЕРАТ диссертации на соискание ученой  
степени доктора физико-математических наук

Москва 2003

Работа выполнена в Лаборатории Главного геомагнитного поля и петромагнетизма Института физики Земли РАН им. Г. А. Гамбурцева.

Официальные оппоненты:

Б.И. Биргер, доктор физ-мат. наук, г.н.с., ОИФЗ РАН,  
В.Н. Обридко, доктор физ-мат. наук, профессор, ИЗМИРАН,  
В.В. Воеводин, доктор физ-мат. наук, профессор, МГУ.

Ведущая организация – Палеомагнитная лаборатория Казанского ГУ.

Защита диссертации состоится «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2003 г. в \_\_\_\_\_ часов на заседании Диссертационного совета Д 002.001.01 по защите докторских диссертаций при Объединенном институте физики Земли им. О. Ю. Шмидта РАН.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИФЗ РАН.

Ваш отзыв на автореферат просим направить в двух экземплярах, заверенных печатью, по адресу: 123995, Москва, ул. Большая Грузинская, 10, Ученному секретарю Диссертационного совета Д 002.001.01

Автореферат разослан «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2003 г.

Ученый секретарь диссертационного совета А. П. Трубицын

## ВВЕДЕНИЕ

**Цель работы и ее актуальность.** Идея, высказанная Лармором в 1919 году о том, что наблюдаемое магнитное поле Солнца поддерживается проводящими течениями жидкости, собственно и стала первым толчком в появлении теории динамо. На протяжении прошлого века эта гипотеза трансформировалась в стройную самосогласованную теорию, удачно объясняющую поведение магнитных полей во многих астрофизических объектах: Галактике, Солнце, звездах, планетах и их спутниках. Однако, несмотря на то, что базовые уравнения, описывающие генерацию магнитного поля, были известны еще в первой половине прошлого века, их точное решение для планетарных объектов и по сей день является чрезвычайно трудоемким.

В отличие от многих астрофизических объектов, где роль магнитного поля в формировании конвекции невелика, планетарное динамо характеризуется магнитострофическим балансом (равенство силы Кориолиса и силы Лоренца), и необходимо решение полной системы уравнений МГД (а не только уравнения генерации магнитного поля), включающей в себя уравнения теплопереноса (и/или переноса легкой и тяжелой примеси), уравнение движения и генерации магнитного поля<sup>1</sup>. Данное обстоятельство существенно затрудняет использование аналитических подходов, и одним из перспективных методов является численное моделирование, наиболее часто используемое для изучения процессов геодинамо. Именно этому подходу и будет посвящена в большей мере данная работа.

Из наблюдений известно, что геомагнитное поле демонстрирует сложное и разнообразное поведение в широком диапазоне пространственно-временных масштабов. Поэтому для его изучения требуется использование моделей с разной степенью детализации. Поясним это на простом примере. Так, одна из лучших на настоящее время трехмерных моделей геодинамо Глатцмайера и Робертса (ГР) описывает поля с пространственным масштабом в несколько десятков километров. С другой стороны, времена, на которых возможно про-

---

<sup>1</sup>Отметим для примера, что для Солнца и Галактики энергия магнитного поля сравнима с кинетической энергией течений.

известить такие вычисления, сравнимы с характерным временем процесса, т.е. очень малы. В абсолютных значениях – это всего лишь десятки тысяч лет, в то время как палеомагнитные записи оперируют с миллиардами лет. В тоже время, маломодовые модели динамо, например, модель Рикитаки, не описывающая пространственное распределение, позволяет получить временные ряды с числом инверсий, намного превосходящим имеющиеся в палеомагнитных записях.

Таким образом, если мы хотим анализировать поведение системы на больших временах, то необходимо пожертвовать пространственным разрешением, трехмерностью и т.д. И наоборот, если нас интересует пространственное распределение, то необходимо сократить временной интервал моделирования. Отдельно стоит вопрос об исследовании МГД турбулентности в жидком ядре Земли. В этом случае требуемая детализация по пространству и времени должна быть существенно выше используемой даже в модели ГР.

Другими словами, если мы ставим своей задачей изучение геомагнитного поля на большом интервале пространственно-временных масштабов, то необходимо использование целого комплекса моделей с различной степенью детализации. По этому принципу и построена диссертация. В ней рассмотрен целый ряд моделей по степени усложнения. Наиболее простые модели позволяют провести анализ геомагнитного поля на временах, сравнимых с геологическими. Более сложные модели позволяют изучать тонкую структуру геомагнитного поля. Необходимо отметить, что изучение простых моделей имеет и отдельный интерес. На основе таких исследований удастся сформулировать ряд методов и подходов, которые в недалеком будущем могут быть использованы при анализе и более сложных моделей. Хорошим примером тому служит фрактальный и вейвлет-анализы, рассмотренные в диссертации для анализа наблюдательных данных и сравнения с маломодовыми и  $\alpha\omega$ -моделями динамо. Как показывает бурный рост вычислительной техники, модели трехмерного динамо в недалеком будущем уже будут в состоянии моделировать большое число инверсий, и на повестку дня встанет вопрос

об исследовании статистических свойств инверсий методами фрактального и вейвлет-анализов, использованными ранее для анализа более простых моделей.

**Постановка задачи.** В диссертационной работе затронут широкий спектр вопросов, связанных с анализом геомагнитных данных и моделированием процессов геодинамо.

1. Разработка критериев сравнения нестационарных длинновременных вариаций геомагнитного поля. Подбор соответствующих моделей динамо.
2. Оценки амплитуд  $\alpha$ - и  $\omega$ -эффектов, величины и знака динамо-числа для жидкого ядра Земли.
3. Изучение подавления магнитным полем гидродинамической спиральности в быстровращающихся телах.
4. Разработка неосесимметричных моделей теплового геодинамо со свободно вращающимся твердым ядром.
5. Исследование МГД турбулентности в жидком ядре Земли. Каскадные модели турбулентности.
6. Создание комбинированных моделей, включающих в себя модель крупномасштабной конвекции и каскадные модели турбулентности.

**Научная новизна.** Автором рассмотрен широкий набор моделей динамо, позволяющих моделирование магнитного поля, тепловой конвекции в жидком ядре Земли с различной степенью детализации. Используемый комплексный подход позволил получить ряд новых результатов, основными из которых мы считаем следующие.

1. Рассмотрены свойства самоподобия шкалы геомагнитной полярности. Показано, что инверсии магнитного поля являются бифрактальным множеством. Даны оценки фрактальной размерности и меры. Представлена

классификация моделей динамо исходя из возможности воспроизведения фрактальных последовательностей. Исследованы вейвлет-характеристики шкалы полярности.

2. Впервые приведена оценка амплитуды  $\alpha$ -эффекта для жидкого ядра Земли. На примере моделей  $\alpha\omega$ -динамо показано, что небольшое изменение интенсивности конвекции может привести к скачкообразному переходу из состояния с частыми инверсиями в режим без инверсий. Результат принципиально не зависит от наличия твердого ядра.
3. Предложен сценарий подавления магнитным полем спиральности. В терминах динамики средних полей дано объяснение существования объектов с магнитной энергией много большей кинетической для режимов с быстрым вращением.
4. Создана первая конечно-разностная неосесимметричная модель динамо. Модель позволяет воспроизвести большое число инверсий и получить восточное направление вращения твердого ядра, регистрируемое сейсмологами.
5. Рассмотрена модель МГД турбулентности в жидком ядре Земли в интервале масштабов от тысяч километров до миллиметров. Даны оценки турбулентных коэффициентов переноса.
6. Разработан подход, позволяющий одновременное моделирование крупномасштабных МГД течений и мелкомасштабных, турбулентных течений. В рамках данного подхода появляется возможность охватить очень широкий диапазон пространственно-временных масштабов изучаемых процессов. Его применимость существенно выходит за рамки рассматриваемых геофизических приложений.

## Основные положения, выносимые на защиту.

1. Оценки фрактальной размерности и вейвлет-характеристик магнитографической шкалы и подбор моделей динамо, отвечающих этим оценкам.
2. Определение амплитуд  $\alpha$ - и  $\omega$ -эффектов, величины и знака динамо-числа для жидкого ядра Земли.
3. Предложена модель подавления магнитным полем  $\alpha$ -эффекта и механизм установления состояния сверхравнораспределения МГД конвекции с преобладанием магнитной энергии над кинетической.
4. Создание неосесимметричной модели теплового геодинамо со свободно вращающимся твердым ядром.
5. Применение каскадных моделей турбулентности для изучения МГД турбулентности в жидком ядре Земли.
6. Разработка комбинированной модели, включающей в себя модель крупномасштабной конвекции и каскадную модель турбулентности.

**Научная и практическая значимость.** В работе представлен комплексный подход к изучению процессов геодинамо. Проведенный анализ геомагнитных данных позволил сформулировать ряд новых критериев, которые позволяют сузить диапазон параметров в моделях динамо. Разработанные модели динамо позволяют описать генерацию магнитного поля в широком диапазоне пространственно-временных масштабов. Проведенные исследования имеют комплексный характер и затрагивают ряд смежных вопросов: механизмы тепловой конвекции в жидком ядре Земли, вращение твердого ядра, эффекты МГД турбулентности. Предложенный подход комбинированных моделей динамо может быть применен в различных областях науки и техники.

**Апробация.** Работа неоднократно докладывалась на внутрисоссийских и международных семинарах и конференциях: семинаре по архео- и палеомагнетизму лаборатории “Главного Геомагнитного Поля и Петромагнетизма” Института Физики Земли РАН, а также общемосковском коллоквиуме по “Палеомагнетизму и магнетизму горных пород”, семинаре по “Основам космической магнитной гидродинамики” (МГУ), семинаре в ИКИ РАН, в Университете Нью-Кассела (Англия), проблемном ученом совете Института физики Земли, конференциях “Палеомагнетизм и магнетизм горных пород” (г.Борок, Ярославская обл., 1996, 1997, 1999, 2001), конференции “Внутреннее ядро Земли. Геофизическая информация о процессах в ядре” (Москва, 2000), Всесоюзной Школе Механики Сплошных Сред и семинарах Института Механики Сплошных Сред АН (Пермь, 1997, 1999, 2001), конференции “New Trends in Geomagnetism” (1996, 1998), конференция “Planetary and cosmic dynamos. 5th International Workshop” (Чехия, 1997), конференции по Магнитной Гидродинамике (МАНУД-95, Рига, 1995), Генеральных Ассамблеях Геофизического Общества EGS-1998, IUGG-1999, и IAGA-2001, 9-ой Международной конференции по турбулентности (Саутгемптон, Англия, 2002).

**Личный вклад автора.** Проводимые исследования являются междисциплинарными и охватывают широкий круг вопросов из различных областей науки: физики, геофизики, математики, вычислительной математики, программирования, параллельных вычислений. Работа проводилась в тесном сотрудничестве с коллегами из Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, Чешского геофизического института АН (г. Прага) и Болгарского геофизического института АН (г. София). На протяжении всех лет сотрудничества автор принимал активное участие в проводимых работах и был руководителем многих проектов по теме исследований.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из Введения, четырех глав, Заключения. Ряд вопросов, имеющих отдельное прикладное значение, вынесен в приложения. Общий объем диссертации – 302 страниц, в



том числе 70 рисунков, 10 таблиц, список литературы содержит 184 наименования.

Всего по теме диссертации опубликовано более 60 печатных работ.

Автор выражает огромную признательность Д. Д. Соколову, П.Хейде, П. Г. Фрику за постоянную поддержку и участие в работе, а также А. М. Шукурову за плодотворные обсуждения. Данная работа выполнена в стенах лаборатории “Главного Геомагнитного Поля и Петромагнетизма” Института Физики Земли РАН, сотрудники которой оказали решающее влияние на формирование моего понимания данной проблемы. Я очень благодарен В. И. Багину, К. С. Буракову, С. П. Бурлацкой, А. Н. Диденко, Т. С. Гендлер, И. Е. Начасовой, В. Э. Павлову, Г. Н. Петровой, Д. М. Печерскому, О. В. Пилипенко, Г. Н. Поспеловой. Я хочу поблагодарить своих коллег из других организаций и стран за многочисленные обсуждения результатов работы: А. П. Ануфриева, М. Райнхардта, К.-Х. Рэдлера, С. В. Старченко, Г. Фукса, И. Цупала. Автор выражает искреннюю признательность сотрудникам НИВЦ МГУ за помощь в организации и проведении вычислений на параллельных компьютерах.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ.

В настоящей работе рассматривается ряд моделей динамо по степени их усложнения. Для каждой из моделей, по возможности, приводится детальное сравнение полученных результатов с имеющимися наблюдательными данными. Данное представление полученных результатов позволяет последовательно проследить развитие теории динамо и наиболее комплексно подойти к изучению ряда вопросов, связанных с моделированием и интерпретацией наблюдений и результатов моделирования.

В введении (первой главе) изложены постановка задачи, краткое содержание работы и освещены некоторые вопросы истории теории динамо, необходимые для понимания последующего материала.

**Во второй главе** рассмотрены некоторые долговременные характеристики

ки геомагнитного поля. Из палеомагнитных наблюдений известно, что магнитное поле Земли на геологических временах демонстрировало разнообразное поведение, сочетая элементы случайных и квазипериодических процессов. Для анализа таких процессов требуются специальные методы и подходы. Ситуация осложняется еще тем обстоятельством, что для древних пород существует лишь информация о полярности геомагнитного поля, а напряженность и угловые элементы не известны. Встает вопрос о возможности хоть какого-то восстановления утерянной информации о поле по шкале геомагнитной полярности.

Согласно проведенному анализу палеомагнитных данных показано, что шкала геомагнитной полярности является фрактальным множеством. Анализ проведен как на сравнительно коротких с точки зрения эволюции Земли временах (порядка 170 млн. лет), так и с использованием более длинных, опубликованных другими авторами, шкал полярности. Последние захватывают уже Неогей. Идея фракталов тесно связана со свойствами самоподобия процессов и активно используется в разных областях физики: теории турбулентности, физики кристаллов и т.д. Использование аппарата фрактального анализа позволяет сформулировать точные математические характеристики шкалы геомагнитной полярности на больших временах. Отличительной чертой метода является возможность описания процесса с постоянными во времени параметрами. Последнее вообще говоря не тривиально, т.к. длительности интервалов постоянной полярности могут отличаться на несколько порядков.

Полученные оценки фрактальной размерности и меры могут служить хорошим критерием отбора наиболее подходящих моделей динамо. В главе рассмотрен подход, основанный на предположении о постоянных параметрах, характеризующих динамо механизм на заданном интервале времени. Проведен анализ известных моделей динамо с целью выявления тех моделей, которые способны воспроизводить случайные последовательности инверсий с необходимой фрактальной размерностью. Показано как имеющаяся информация о

шкале полярности может быть использована для воспроизведения некоторых свойств палеонапряженности поля.

Генерация магнитного поля, тепловая конвекция, описываемые уравнениями магнитной гидродинамики, в общем случае совсем не обязаны подчиняться простым гармоническим (периодическим) закономерностям. Другими словами, режимы генерации могут меняться, или как минимум, поведение поля может быть квазипериодичным. Для таких процессов прямое использование традиционных методов фурье-анализа, МЭМ-анализа и их модификаций, например, СВАН-анализа, может быть не всегда эффективным. Для этой цели нами использован, получивший свое начало в геофизике, вейвлет-анализ. В рамках данного анализа возникает возможность проследить изменение во времени спектрального состава исследуемого сигнала, а также более корректно обработать сигналы с пропусками в данных. Использование вейвлет-анализа сделало возможным спектральный анализ сигнала полярности геомагнитного поля (сигнал вида  $\dots + 1 + 1 \dots - 1 \dots$ ), который содержит полную информацию о шкале полярности.

## **Выводы и заключение по главе 2.**

1. Проведен статистический анализ шкалы геомагнитной полярности за последние 1700 млн.лет. Показано, что шкала геомагнитной полярности является фракталом, а инверсии за рассмотренный интервал времени распределены по степенному закону. Возможно существование двух режимов генерации, характеризующихся двумя различными хаусдорфовыми размерностями.
2. Впервые исследован вейвлет-спектр шкалы геомагнитной полярности для сигнала  $+1 \dots - 1$ . Данный сигнал содержит наиболее полную информацию о шкале полярности. Рассмотрена связь фрактальных и вейвлет-характеристик.
3. Рассмотрен ряд маломододовых моделей динамо, позволяющих генери-

ровать временные последовательности в широком диапазоне фрактальных размерностей. Продемонстрировано, что низкочастотная часть вейвлет-спектра ШГП либо совпадает со спектром напряженности магнитного поля Земли, либо дает его нижнюю оценку.

**В третьей главе** рассмотрена генерация магнитного поля в приближении магнитной гидродинамики средних полей. В рамках данного подхода учитываются как крупномасштабные течения, так и турбулентность. Анализ проведен на примере моделей  $\alpha\omega$ -динамо. Исследована возможность смен режимов генерации магнитного поля. Показано, что изменение интенсивности конвекции в жидком ядре может приводить к переходу от состояния с частыми инверсиями магнитного поля к полному отсутствию таковых. Проведено сопоставление полученных модельных данных с имеющимися наблюдениями. В отличие от рассмотренной ранее точки зрения, согласно которой параметры динамо-системы остаются неизменными на геологических временах, здесь предполагается, что параметры системы могут незначительно меняться, например, вследствие разрушения или формирования слоя D'' на границе жидкого ядра и мантии. С математической точки зрения появление нового режима генерации магнитного поля связано с бифуркацией новой моды. Поскольку такой процесс является пороговым, то требуемое увеличение интенсивности конвекции не велико.

На основе наблюдательных данных даны оценки параметров, характеризующих интенсивность  $\alpha$ - и  $\omega$ -эффектов в жидком ядре Земли. Оценки величины  $\omega$ -эффекта основываются на регистрируемом на поверхности Земли западном дрейфе магнитного поля. Для вычисления амплитуды  $\alpha$ -эффекта потребовалось использование ряда положений теории динамики средних полей Штеенбека, Краузе и Рэдлера. Полученные результаты позволяют согласовать ряд хорошо известных в теории динамо и наблюдениях величин: основного периода динамо механизма, диффузионного времени для магнитного поля в ядре Земли, характерного времени западного дрейфа. Полученные оценки амплитуд  $\alpha$ - и  $\omega$ -эффектов являются уникальными и чрезвычай-

но важны для моделирования процессов динамо в жидком ядре Земли.

В главе рассмотрен важный теоретический вопрос, связанный с принципиальной возможностью генерации магнитного поля с большими энергиями. С одной стороны известно, что магнитная энергия магнитного поля в жидком ядре превосходит на несколько порядков кинетическую энергию течений в системе отсчета, связанной с мантией. С другой стороны, остается неясным почему такое сильное магнитное поле не подавляет мелкомасштабные течения, спиральность, и рост магнитного поля не прекратится. Такая ситуация характерна для многих астрофизических объектов, в которых наблюдается так называемое состояние равнораспределения, когда энергия магнитных пульсаций и пульсаций поля скорости сравнимы по величине. В главе дано систематическое изложение данного вопроса. Показано, что причиной сложившемуся противоречию служит эффект быстрого вращения Земли (аналогичная ситуация наблюдается и для ряда планет). В этом случае существует баланс двух доминирующих сил: силы Лоренца и Кориолиса, что соответствует состоянию магнитострофического баланса. В работе показано, как идеи магнитострофического баланса удастся последовательно включить в теорию динамики средних полей, где они ранее не были использованы. Результаты такого подхода апробированы на ряде планет солнечной системы и некоторых спутниках, имеющих свое магнитное поле, поддерживаемое механизмом динамо. Рассмотрена возможность модификация закона Бодэ исходя из основ теории динамики средних полей.

### **Выводы и заключение по главе 3.**

1. Рассмотрена модель  $\alpha\omega$ -динамо для жидкого ядра Земли. Показано, что небольшое изменение интенсивности конвекции в жидком ядре Земли может приводить к смене режимов генерации магнитного поля, и как следствие – появлению периодов с частыми или редкими инверсиями поля.

2. Показано, что турбулентность в земном ядре в состоянии обеспечить под действием силы Кориолиса величину  $\alpha$ -эффекта, необходимую для генерации магнитного поля. Дана оценка величин  $\alpha$ - и  $\omega$ -эффектов для жидкого ядра Земли.
3. Предложена модель подавления спиральности магнитным полем для планетарных динамо, когда магнитная энергия может быть на несколько порядков больше, чем кинетическая энергия движений. Результаты апробированы на ряде планет и спутников солнечной системы.

**В четвертой главе** рассмотрены модели тепловой конвекции и динамо для жидкого ядра Земли в приближении Буссинеска в неосесимметричном приближении. Модель включает вращение твердого проводящего ядра под действием вязких и магнитных сил. Рассмотрены два, ранее не использованных в динамо, численных метода решения задачи. Обычно, при моделировании процессов динамо использовались спектральные методы. Однако при большом числе спектральных функций эти методы начинают уступать по быстродействию сеточным. Опыт работы с задачами, в которых существуют разрывы в решениях, также свидетельствует о большей устойчивости сеточных методов.

В работе рассмотрены две схемы. Гибридная схема, включающая сеточное описание в направлениях по радиусу и широте, и спектральное (разложение Фурье) – в долготном направлении, а также полностью конечно-разностная схема. Последняя является модификацией известного в гидродинамике метода конечного объема (алгоритм SIMPLE) для задач с магнитным полем. Именно второй метод продемонстрировал большую устойчивость для режимов, когда конвективный перенос доминирует над кондуктивным.

На первом этапе рассмотрены механизмы крупномасштабной тепловой конвекции и генерации магнитного поля. Система поддерживается энергией тепловых источников, которые создают течения. Начиная с некоторого момента, когда интенсивность источников и структура течений удовлетворяет необхо-

димым условиям, магнитное поле начинает усиливаться. Рост магнитного поля продолжается до тех пор, пока силы Лоренца не окажут обратное влияние на течение. Начиная с этого момента возникает равновесный режим, сопровождаемый квазипериодическими колебаниями всех величин системы (средней по объему температуры, кинетической и магнитной энергий). В ходе моделирования удавалось получить состояния с магнитной энергией, превосходящей кинетическую в системе отсчета с мантией, что характерно для планетарного динамо.

Особое внимание уделялось анализу движения внутреннего ядра Земли. Интерес к данной проблеме был вызван двумя обстоятельствами. Первыми на эту проблему указали в 1995 году Глатцмайер и Робертс, предсказав восточное направление вращения твердого ядра относительно мантии. Далее этот факт был подтвержден данными сейсмологии. Несмотря на то, что сама амплитуда относительного вращения до сих пор вызывает дискуссии, предпочтение восточного направления практически не вызывает разногласий. В главе показано, что полученный Глатцмайером и Робертсом результат слабо зависит от наличия магнитного поля и является скорее следствием суточного вращения Земли как целого.

#### **Выводы и заключение по главе 4.**

1. Разработаны 2.5-мерные и трехмерные модели динамо с тепловыми источниками с учетом свободновращающегося твердого ядра Земли. Получены режимы с большим количеством инверсий магнитного поля. Пространственный спектр магнитного поля близок к наблюдаемому.
2. Показано, что в широком диапазоне параметров твердое ядро Земли вращается в восточном направлении относительно мантии под действием вязких сил. Добавление магнитного поля, в целом, не меняет это поведение.
3. Исследована возможность влияния экмановских слоев на вращение твер-

дого ядра.

4. Рассмотрено влияние архимедовских и магнитных сил на формирование слоев Стюартсона. Исследован эффект “супервращения” в нелинейном приближении.

**В пятой главе** исследованы эффекты турбулентности и возможность их динамического использования при моделировании крупномасштабных полей. До последнего времени единственными моделями динамо, учитывающими мелкомасштабные поля были модели  $\alpha\omega$ -динамо, рассмотренные в главе 3. Однако параметры, использованные для описания мелкомасштабных полей, брались статическими, не зависящими от времени и крупномасштабных полей. Для устранения данного недостатка потребовалось использование последних результатов бурноразвивающейся области теории турбулентности – теории каскадных моделей. Аппарат каскадных моделей позволяет описать МГД процессы на языке системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Вводимые упрощения, с одной стороны, позволяют проводить моделирование в широком диапазоне пространственно-временных масштабов (от тысяч километров до миллиметров), с другой стороны – рассматриваемые уравнения еще сохраняют многие консервативные свойства исходных МГД уравнений в частных производных. Возможности каскадных моделей существенно превосходят возможности многих полуэмпирических моделей турбулентности по ряду параметров. Так, например, каскадные модели позволяют воспроизводить спектральные свойства турбулентности, а также могут быть использованы для режимов с сильным магнитным полем.

На первом этапе каскадные модели были рассмотрены отдельно от крупномасштабных моделей. В ходе исследований было проведено моделирование МГД процессов с тепловыми источниками в жидком ядре Земли и получены спектральные характеристики для полей температуры, скорости и магнитного поля. Полученные спектральные характеристики позволили оценить величины турбулентных коэффициентов переноса.



Следующим шагом было создание комбинированной модели тепловой конвекции с учетом твердого ядра, включающей как крупномасштабные уравнения конвекции (глава 4), так и каскадные уравнения для турбулентности. Связь между моделями осуществляется в обе стороны. Мелкомасштабные поля оказывают влияние на диффузию. Зная спектры турбулентных полей, можно ввести эффективные турбулентные коэффициенты переноса для крупномасштабных уравнений. С другой стороны, крупномасштабные поля являются источниками энергии для мелкомасштабных, передавая энергию по спектру. Данный подход позволил расчет течений с числами Рейнольдса  $Re \sim 10^9$ , что совпадает по порядку величины с оценками для Земли. Прямое же вычисление трехмерных течений без использования моделей турбулентности ограничивается возможностями компьютеров и  $Re \sim 10^3 \div 10^4$ .

Важной компонентой диссертации является использование методов параллельных вычислений. В ряде случаев рассматриваемые задачи могли быть легко разделены на семейство отдельных процессов, каждый из которых мог длительное время вычисляться отдельно от других процессов. Соответствующий подбор используемых физических параметров задачи, сетки и алгоритмов позволил в ряде случаев существенно увеличить общую производительность вычислений. Примером тому служат расчеты тепловой конвекции в жидкой ядре Земли с анизотропной моделью турбулентности, рассмотренные в работе. В этой модели турбулентность рассчитывалась на каждом слое по радиусу на отдельном процессоре. Полученная информация о турбулентных течениях использовалась для вычисления коэффициентов переноса, которые использовались в крупномасштабной модели. Вычисления проводились на кластере персональных компьютеров НИВЦ МГУ, поддерживаемых средой MPI.

## **Выводы и заключение по главе 5.**

1. Рассмотрены каскадные модели МГД турбулентности для жидкого ядра Земли. Данный подход позволяет проследить многие свойства мелко-

масштабных физических полей в широком диапазоне пространственно-временных масштабов. Даны оценки турбулентных коэффициентов переноса

2. Предложен подход, позволяющий создать комбинированные модели, в которых, наряду с крупномасштабными течениями рассматривается и турбулентность. Данный подход существенно выходит за рамки геофизических приложений и может быть использован во многих физических (астрофизических) и технических приложениях.

**В заключении** рассмотрены основные выводы по всей диссертационной работе. Особое внимание уделено полученным результатам по предложенному в работе методу комбинированных моделей. Отмечено, что данный подход является чрезвычайно перспективным и позволяет объединить накопленный теоретический опыт в области динамики средних полей и последними достижениями в области крупномасштабного моделирования.

В работе рассмотрен ряд отдельных вопросов, важных для изложения основного материала диссертации. Для удобства изложения часть из них представлена в виде приложений. Кратко остановимся на основных приведенных в них результатах.

**Приложения А и В** посвящены применению вейвлет-анализа к архео- и палеомагнитным данным. В случае археомагнитных данных рассматривается случай с пропусками в данных, имеющий важное прикладное значение во многих областях науки и техники. Показано, что многие периодичности не являются истинными периодичностями, а скорее соответствуют квазипериодическим процессам. В приложении В затронута важная геофизическая проблема: вопрос о постоянстве спектра геомагнитных вариаций до и после инверсии магнитного поля. Исследования проведены для инверсии Матуяма-Харамильо. Как показал вейвлет-анализ, 4/5 периодичностей, регистрируемых МЭМ-анализом, не имеют постоянной величины периода или существуют

на временах, сравнимых по длительности с длительностью самого периода. Непостоянство спектра вариаций до и после инверсии в отдельности, затрудняет ответ на вопрос о его постоянстве до и после инверсии, и требует более детальных наблюдений.

**В приложении С** представлен анализ вековых вариаций геомагнитного поля за последние 150 лет. Данные основаны на компиляции известных за это время наблюдений обсерваторий, записей судовых журналов, спутниковых измерений, представленных в виде коэффициентов Гаусса. В работе прослежено движение фокусов вековой вариации – максимумов нормальной компоненты поля вариации ( $\dot{Z}$ ). Показано, что фокусы вековой вариации испытывают дрейф как в западном направлении, так и в направлении от экватора к полюсам со скоростями  $\sim 0.2^\circ/\text{год}$ . Предлагается связать фокусы вариации с динамо-волнами. Полярный дрейф фокусов важен для определения знака динамо-числа – определяющего параметра в теории динамо-средних полей. Так, в случае солнечного динамо, динамо-число имеет противоположный знак, и волны распространяются от полюсов к экватору.

**Приложение D** посвящено важному вопросу анализа палеомагнитных данных – восстановлению спектральных свойств источников вариаций магнитного поля по известным вариациям угловых элементов поля и его напряженности. Проблема заключается в том, что для определения спектра источника необходимо знать спектр компонент вектора магнитного поля (или скалярного потенциала, если речь идет о непроводящей мантии). В палеомагнитных же измерениях, обычно, имеют дело с величинами, которые являются нелинейными функциями от компонент поля: склонением, наклонением, модулем вектора. На примере ряда моделей вековых вариаций показано, в какой мере такие преобразования могут исказить исходный спектр.

**В приложении E** найдены собственные решения уравнения Навье-Стокса для неосесимметричного случая при отсутствии внешних сил, так называемые, свободные моды затухания. Полученные аналитические решения могут быть интересны для исследования режимов вблизи порога возбуждения кон-

векции, а также для тестировки программы.

### Список основных публикаций автора по теме диссертации.

- Статьи в реферируемых изданиях

1. Reshetnyak, M.Yu., Sokoloff, D.D., Shukurov, A.M. Evolution of a magnetic blob in a helical flow. *Astron. Nachr.*, 1991, 1, 33–39.
2. Reshetnyak, M.Yu., Sokoloff, D.D., Shukurov, A.M. Stability of non-linear dynamo in the disk. *Magnetohydrodynamics*, 1992, 3, 10–18.
3. Решетняк М.Ю., Пилипенко О.В., Зинченко Б.Г., Зверева Т.И. Корреляционные функции вековой вариации геомагнитного поля. *Геомагнетизм и Аэрономия*. 1994, 34, 145–157.
4. Решетняк М.Ю. Корреляционные характеристики поля вековой вариации. *Геомагнетизм и Аэрономия*. 1995, 35, №5, 97–105.
5. Зинченко Б.Г., Решетняк М.Ю. Автокорреляционный анализ поля вековой вариации. *Геомагнетизм и Аэрономия*. 1996, 36, №4, 164–172.
6. Reshetnyak, M.Yu., Sokoloff, D.D. Correlation approach to the secular variation field. *Magnetohydrodynamics*. 1996, 4, 479–482.
7. Решетняк М.Ю. О миграции фокусов вековой вариации. *Геомагнетизм и Аэрономия*. 1996 Т.36, №1, С.143–149.
8. Печерский Д.М., Решетняк М.Ю., Соколов Д.Д. Фрактальный анализ временной шкалы геомагнитной полярности. *Геомагнетизм и Аэрономия*. 1997, Т.37, №4, Р.132–142.
9. Ануфриев А.П., Решетняк М.Ю., Хейда П. Влияние внутреннего ядра на генерацию магнитного поля в модели  $\alpha\omega$ -динамо. *Геомагнетизм и Аэрономия*. 1997, 37, №1, С.161–166.
10. Ануфриев А.П., Решетняк М.Ю., Соколов Д.Д., Хейда П. Эволюция геомагнитного поля в модели  $\alpha\omega$ -динамо. *Геомагнетизм и Аэрономия*.

- 1997, Т.37, N<sub>2</sub>, С.91–95.
11. Ануфриев А.П., Решетняк М.Ю., Соколов Д.Д. Оценка динамо-числа в модели турбулентного  $\alpha$ -эффекта для жидкого ядра Земли. Геомагнетизм и Аэрономия. 1997, Т.37, N<sub>5</sub>, С.141–146.
  12. Печерский Д.М., Решетняк М.Ю., Соколов Д.Д., Хейда П. Модели  $\alpha\omega$ -динамо в свете палеомагнитных наблюдений. Геомагнетизм и Аэрономия. 1998, 38, 4, 108-117.
  13. Бураков К.С., Галягин Д.К., Начасова И.Е., Решетняк М.Ю., Соколов Д.Д., Фрик П.Г. Вейвлет анализ напряженности геомагнитного поля за последние 4000 лет. Физика Земли. 1998, Т.9. С.773-778.
  14. Галягин Д.К., Решетняк М.Ю., Соколов Д.Д., Фрик П.Г. Скейлинг геомагнитного поля и шкалы геомагнитной полярности. ДАН (Геофизика). 1998, Т.360, N<sub>4</sub>, С.541–544.
  15. Hejda, P., Reshetnyak, M. A grid-spectral method of the solution of the 3D kinematic geodynamo with the inner core. *Studia geoph. et geod.* 1999, 43, 319–325
  16. Петрова Г.Н., Решетняк М.Ю. О временном спектре поля вековой геомагнитной вариации и его источников. Физика Земли, 1999, N<sub>6</sub>, С.53–60.
  17. Hejda, P., Reshetnyak, M. The grid-spectral approach to 3-D geodynamo modeling. *Computers & Geosciences*. 2000, V.26, P.167–175.
  18. Галягин Д.К., Печерский Д.М., Решетняк М.Ю., Соколов Д.Д., Фрик П.Г. Вейвлет анализ геомагнитного поля в неогее. Физика Земли. 2000, N<sub>4</sub>, С.82–89.
  19. Решетняк М.Ю., Павлов В.Э. О различных режимах генерации геомагнитного поля за последние 165 млн. лет. ДАН (Геофизика), 2000, Т.372, С.683–686.
  20. Гурарий Г.З., Багин В.И., Гарбузенко А.В., Решетняк М.Ю., Трубин В.М., Назаров Х. Стационарное геомагнитное поле хрона Мату-

- яма и субхрона Харамильо (Западная Туркмения). *Физика Земли*, 2000, *№7*, С.31–42.
21. Hejda, P., Cupal, I., Reshetnyak, M. On the application of grid-spectral method to the solution of geodynamo equation. In *Dynamo and Dynamics, a Mathematical Challenge*, Nato Sci. Ser. (ed. P.Chossat, D.Armbruster, I.Oprea), 2001, V. II/26, P.181–187.
  22. Решетняк М.Ю. Вращение внутреннего ядра Земли в модели геодинамо. *ДАН (Геофизика)*, 2001, Т.380, *№5*, С.15–19.
  23. Cupal, I., Hejda, P., Reshetnyak, M. Dynamo model with thermal convection and with the free-rotating inner core. *Planetary Physics Sciences*. 2002, Accepted.
  24. Решетняк М.Ю. Вращение твердого ядра с учетом экмановского слоя. *ДАН (Геофизика)*, 2002, Т.384, С.103–107.
  25. Решетняк М.Ю., Соколов Д.Д., Фрик П.Г. Каскадные модели турбулентности для жидкого ядра земли. *ДАН (Геофизика)*, 2002, Принято в печать.
  26. Frick, P., Reshetnyak, M., Sokoloff, D. Combined grid-shell approach for convection in a rotating spherical layer. *Europhys. Lett.*, 2002, V. 59, *№2*, P.212–217.
  27. Reshetnyak, M., Frick, P., Sokoloff, D. Combined grid-shell approach for convection problem in a spherical layer. in *Advances in Turbulence IX, Proceedings of the Ninth European Turbulence Conference*, ed. I. P. Castro, P. E. Hancock & T. G. Thomas, Barcelona, 2002, P.283-286.
  28. Hejda, P. & Reshetnyak, M. Control volume method for the dynamo problem in the sphere with the free rotating inner core. *Studia geoph. et geod.* January 2003.

• Некоторые тезисы конференций

1. Luryan, E.A., Reshetnyak, M.Yu., Ruzmaikin, A.A., Sokoloff, D.D., Shukurov, A.M. Evolution of a magnetic packet in a helical flow. 13th MHD conference in Riga, Salaspils. 1990, 145-146.
2. Петрова Г.Н., Решетняк М.Ю. Модели вековых вариаций и их временные спектры. Тезисы семинара "Палеомагнетизм и магнетизм горных пород". Борок. 1997, 71.
3. Anufriev, A., Reshetnyak, M., Sokoloff, D. The model of  $\alpha$ -quenching. Thesis of IUGG 99, 1999, Birmingham, Book of Abstracts, week A, A294.
4. Гурарий Г.З., Багин В.И., Гарбузенко А.В., Решетняк М.Ю., Трубин В.М., Назаров Х. Вариации геомагнитного поля до и после инверсии Матуяма-Харамильо (Западная Туркмения). Тезисы конференции "Палеомагнетизм и rock-магнетизм". Борок. 1999, 71.
5. Kuzanyan, K., Reshetnyak, M., Sokoloff, D. Asymptotic bifurcation analysis for a nonlinear alpha-omega dynamo. Thesis of IUGG-99, 1999, Birmingham, Book of Abstracts, week A, A291.
6. Hejda, P., Reshetnyak, M. Spectral-grid method in geodynamo. Annales Geophysicae, Part I, 1999, 204.
7. Решетняк М.Ю. Модель вращения внутреннего ядра. Тезисы конференции: "Внутреннее ядро Земли. Геофизическая информация о процессах в ядре". 2000.
8. Решетняк М.Ю. Трехмерная модель динамо в сферической оболочке. Тезисы VIII Всероссийского съезда по теоретической и прикладной механике. 2001, С.505.
9. Cupal, I. Hejda, P. Reshetnyak, M. Inner core rotation in the weak dynamo model. Abstract in IAGA-IASPEI. 2001. P.62.
10. Hejda, P. Reshetnyak, M. A control volume method for the 3D-geodynamo model. Abstract in IAGA-IASPEI. 2001. P.59.