

УДК 523.92-337+524.3-82-337+52-425

## МЕРИДИОНАЛЬНАЯ ЦИРКУЛЯЦИЯ И РАСПРОСТРАНЕНИЕ ДИНАМО-ВОЛН

© 2008 г. Е. П. Попова<sup>1</sup>, М. Ю. Решетняк<sup>1,2</sup>, Д. Д. Соколов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

<sup>2</sup>Институт физики Земли Российской академии наук, Москва, Россия

Поступила в редакцию 18.04.2007 г.; принята в печать 22.06.2007 г.

Исследовано влияние меридиональной циркуляции на солнечную динамо-волну в приближении Паркера методами ВКБ. Показано, что меридиональная циркуляция может существенно удлинить цикл активности, однако она в рамках рассматриваемого приближения не может обратить направление распространения динамо-волны. Если скорость циркуляции слишком велика, то решение концентрируется вблизи полюса, так что его уже не удастся описывать в рамках приближения Паркера.

PACS: 95.30.Qd, 96.60.Nv, 97.10.Ld

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Считается, что магнитное поле Солнца и звезд (а также планет) создается механизмом динамо. Схема работы динамо была предложена около полувека назад в фундаментальной работе Паркера [1]. Тороидальное магнитное поле получается из полоидального под действием дифференциального вращения. Обратный процесс превращения тороидального магнитного поля в полоидальное осуществляется в результате нарушения зеркальной симметрии конвекции во вращающемся теле. Сила Кориолиса при действии на поднимающиеся и расширяющиеся (опускающиеся и сжимающиеся вихри) приводит к преобладанию правых вихрей в северном полушарии (левых вихрей — в южном полушарии). Электродвижущая сила, возникающая в результате действия электромагнитной индукции Фарадея, после усреднения по пульсациям скорости приобретает компоненту  $\alpha \mathbf{V}$ , параллельную среднему магнитному полю  $\mathbf{V}$ . Она и замыкает цепь самовозбуждения в динамо Паркера. Напомним, что обычно электродвижущая сила и вызываемый ей ток перпендикулярны магнитному полю.

Простейшие модели солнечного динамо предсказывают слишком короткий цикл активности. Одно из возможных разрешений этой трудности является введение меридиональной циркуляции. Циркуляция, направленная против распространения динамо-волны, может существенно затормозить ее распространение [2, 3] и приблизить период активности к наблюдаемому [4, 5].

В настоящее время влияние меридиональной циркуляции в основном изучают методами прямого численного моделирования уравнений среднего

поля [6]. До настоящего времени не вполне ясно, насколько меридиональная циркуляция совместима со схемой Паркера. Проблема состоит в том, что схема Паркера в своем классическом виде не требует полного описания эволюции магнитного поля во всей конвективной зоне, а позволяет ограничиться описанием средних широт конвективной зоны и провести усреднение по толщине этой зоны. В результате упрощения уравнения динамо становятся доступными аналитическому анализу. Возможность упрощения связана с тем, что альфа-эффект, имеющий размерность скорости, не вовлекает тем не менее магнитное поле в адвекцию, а ограничивается его закруткой. Замечательно, что дифференциальное вращение, являющееся вторым генератором магнитного поля, также не выводит его из области средних широт. В свою очередь, меридиональная циркуляция, осуществляя необходимую закрутку, перемещает магнитное поле. Если это перемещение выводит магнитное поле из области средних широт, то его дальнейшая эволюция зависит от деталей течения и требует подробного описания всей конвекции. Это не только трудно технически, но и требует таких знаний о характере меридиональных течений, которыми мы не располагаем в силу более чем ограниченных знаний гидродинамики внутренних слоев Солнца.

В данной работе мы, следуя [7, 8], рассмотрим вопрос о влиянии меридиональной циркуляции на эволюцию магнитного поля, генерируемого механизмом динамо, в рамках простейшего обобщения уравнений динамо Паркера.

## 2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Напомним, что уравнения динамо Паркера получаются из полной системы уравнений электродинамики средних полей [9] в предположении, что динамо-волна распространяется в тонкой сферической оболочке (например, в инверсном слое). При выводе этих уравнений производится усреднение магнитного поля по радиусу в пределах некоторой сферической оболочки, где и происходит работа динамо, и отбрасываются члены, описывающие эффекты кривизны вблизи полюса. Брагинский [7] (см. также [8]) обратил внимание на то, что подобные уравнения можно вывести и для тонкой цилиндрической оболочки, а также на то, что в эти уравнения можно включить меридиональную циркуляцию. В результате уравнения динамо приобретают вид

$$\frac{\partial A}{\partial t} + V \frac{\partial A}{\partial \theta} = \alpha B + \frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} + V \frac{\partial B}{\partial \theta} = D \cos \theta \frac{\partial A}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 B}{\partial \theta^2}. \quad (2)$$

Здесь  $B$  — тороидальное магнитное поле,  $A$  пропорционально тороидальной компоненте векторного потенциала, которая определяет полоидальное магнитное поле.  $\theta$  — широта, которая отсчитывается от экватора. Множитель  $\cos \theta$  отвечает уменьшению длины параллели вблизи полюса. Уравнения выписаны в безразмерных переменных, так что амплитуды альфа-эффекта, градиента угловой скорости и коэффициент турбулентной диффузии объединены в безразмерное динамо-число  $D$ . Во втором уравнении опущен малый вклад альфа-эффекта, т.е. мы пользуемся так называемым  $\alpha\omega$ -приближением. В диффузионных членах опущены эффекты кривизны. Для простоты мы считаем, что радиальный градиент угловой скорости не меняется с  $\theta$ . О формальной процедуре вывода подобных уравнений см. [10]. По соображениям симметрии ( $\alpha(-\theta) = -\alpha(\theta)$ ) уравнения (1), (2) можно рассматривать лишь для одного (северного) полушария с условиями антисимметрии (дипольная симметрия) или симметрии (квадрупольная симметрия) на экваторе. Поскольку магнитное поле Солнца имеет дипольную симметрию, мы ей и ограничиваемся.

В уравнениях (1), (2)  $V$  — меридиональная циркуляция. Ее точный вид известен плохо, поэтому мы для простоты предположим, что  $V = \text{const}$  в северном полушарии и имеет противоположный знак в южном полушарии. Длина параллели уменьшается при приближении к экватору, так что мы считаем, что вещество, вовлеченное в циркуляцию, постепенно перемещается в область противотока, а магнитное поле остается в области генерации.

Несомненно, что это предположение ограничивает применимость модели, и рассмотрение более реалистичных распределений  $V$  представляет интерес.

Аналогичные уравнения можно вывести и для цилиндрического слоя. В этом случае роль полярного угла  $\theta$  играет высота над плоскостью экватора  $z$ , множитель  $\cos \theta$  исчезает, предположение о постоянстве  $V$  выглядит более естественным. Вместо радиальных градиентов угловой скорости в уравнение входит градиент вдоль цилиндрического радиуса. В этом случае  $-z_0 \leq z \leq +z_0$ , где  $z_0$  — максимальная высота слоя над плоскостью экватора, которая совпадает с границей зоны, охваченной конвекцией. Естественно считать, что  $\alpha(\pm z_0) = 0$ , хотя представляет интерес рассмотрение и других возможностей. Для конкретности мы рассматриваем первый случай (хотя результаты легко переносятся и на второй). Мы выбираем простейший вид  $\alpha = \sin \theta$ .

Приближение Паркера не описывает детально приполярные области, однако естественно ожидать, что амплитуда динамо-волны там невелика. Поэтому, следуя [11], мы считаем, что динамо-волна затухает вблизи полюса. Более детально поведение динамо-волны вблизи полюса в рамках простейших обобщений динамо Паркера исследовано в [12], где показано, что принятое приближение является разумным. Приближение Паркера также неполно описывает поведение динамо-волны вблизи экватора; о соответствующих поправках см. [13].

## 3. ЛОКАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Следуя [1], в [7, 8] изучено строение динамо-волны с учетом меридиональной циркуляции вблизи данной широты  $\theta^*$ . Для целей связности мы кратко воспроизведем эти результаты. Рассмотрим динамо-волну вблизи  $\theta^*$ , предположим, что  $\alpha$  пространственно-однородно и включим его, а также множитель  $\sin \theta^*$ , в  $D$ . Тогда уравнения (1), (2) пространственно-однородны и решение пропорционально  $\exp(\gamma t + ikz)$ . Возникающее дисперсионное соотношение

$$[(\gamma + iVk) - k^2]^2 = -iDk\alpha \quad (3)$$

совпадает с дисперсионным соотношением для динамо Паркера при  $\gamma + iVk$ , переопределенном как новая величина комплексной скорости роста. Это возможно, так как при локальном анализе волновой вектор  $k$  постоянен.

Уравнение (3) дает  $\gamma + iVk = (1 + i) \left| \frac{D\alpha k}{2} \right|^{1/2} - k^2$ . Старшему собственному значению соответствует  $k = \pm 2^{-5/3} |D|^{1/3}$  и  $\gamma + iVk = (1 + i) \cdot 3 \cdot 2^{-10/3} |D|^{2/3}$ . Для  $V = 0$  и  $D < 0$  динамо-волна

растет и распространяется по направлению к экватору. Если  $D > 0$  и  $V = 0$ , то динамо-волна распространяется к полюсу. Для  $V \neq 0$  результат более сложен. Динамо-волна сохраняет направление распространения, если  $|V|$  является достаточно малым. Однако, если  $V$  достигает критического значения

$$V^* = \sqrt{2}|D|^{1/3}, \quad (4)$$

то динамо-волна становится стоячей (мы, как обычно, рассматриваем случай  $D < 0$ ). Для больших значений меридиональной циркуляции мнимая часть собственного числа меняет знак, и динамо-волна меняет направление распространения.

Остановка волны при  $V = V^*$  была использована в [7] для объяснения существования суперхронных (длительных периодов  $\sim 10^5$  лет постоянной полярности геомагнитного диполя). Однако в рамках данного сценария вероятность установления режима с  $V = V^*$  оставалась крайне малой.

Для пространственно-неоднородного распределения источников генерации динамо волновое число  $k$  зависит от положения, так что нельзя включить  $iVk$  в скорость роста  $\gamma$ , которая должна быть постоянна. Поэтому локальный анализ оказывается неприменим. Ниже мы вместо локального анализа в рамках метода ВКБ строим приближенное (асимптотическое) решение уравнений нашей модели, которое становится все более точным по мере роста интенсивности генерации, которая определяется безразмерным числом  $|D|$ . При построении асимптотического решения мы опираемся на асимптотический анализ исходных уравнений Паркера, проведенный в [11]. В обоих случаях оказывается, что свойства динамо-волны в пространственно-неоднородной среде заметно отличаются от ее свойств в однородной среде, так что выводы локального анализа имеют ограниченную применимость.

#### 4. ПОСТРОЕНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ

Будем искать решение в виде

$$\begin{pmatrix} \hat{A} \\ \hat{B} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \\ |D|^{2/3} B \end{pmatrix} = \exp\left(\Gamma|D|^{2/3}t + i|D|^{1/3}S\right) \begin{pmatrix} \mu \\ \nu \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где  $S$ ,  $\mu$  и  $\nu$  — гладкие функции и  $|D| \gg 1$ . Такой подход подобен известному методу ВКБ в квантовой механике (см., например, [14]), так что  $S$  — аналог действия, а его производная  $k = S'$

соответствует импульсу, или волновому вектору, который в данном случае является комплексным. Комплексное  $\Gamma$  определяет собственное значение, его действительная часть дает скорость роста, а мнимая дает длительность цикла активности.

Множители  $|D|^{2/3}$  в комплексной скорости роста и  $|D|^{1/3}$  в действии выбраны так, чтобы дифференциальное вращение,  $\alpha$ -эффект, собственное значение и диссипация оказались одного порядка и вошли в старший член асимптотического разложения. Меридиональная циркуляция включена в тот же старший член асимптотического решения, при

$$V = |D|^{1/3}v, \quad (6)$$

где  $v$  порядка единицы. Если меридиональная циркуляция слабее, чем следует из уравнения (6), тогда она незначительно влияет на динамо. Оценка (6) показывает, что физически интересные значения меридиональной циркуляции имеют тот же масштаб величин, которым определяется длительность цикла. Это вполне соответствует сложившимся представлениям по этому вопросу.

Подставляя выбранный вид искомого решения в уравнения (1), (2), получаем алгебраическую систему уравнений для  $\mu$  и  $\nu$ . Условие разрешимости для этой системы представляет собой дисперсионное соотношение для частоты динамо-волны и ее волнового вектора, т.е. уравнение Гамильтона–Якоби

$$(\Gamma + ikv + k^2)^2 - i\hat{\alpha}k = 0, \quad (7)$$

где  $\hat{\alpha} = \alpha \cos \theta$ , а меридиональной циркуляции соответствует слагаемое  $ikv$ .

Уравнение (7) при известном  $\Gamma$  представляет собой алгебраическое уравнение четвертого порядка относительно  $k$ , которое может быть решено в явной форме или численно. Проблема состоит в том, что мы должны еще найти  $\Gamma$ . Для этого заметим, что уравнение (7) не содержит  $\theta$  явно, так что мы можем рассмотреть  $\alpha$  как параметр. Тогда при заданных  $\alpha$  и  $\Gamma$  четыре решения уравнения (7) могут быть представлены как точки на комплексной плоскости импульса  $k$ . При изменении параметра  $\alpha$  эти точки образуют четыре ветви на плоскости  $k$ .

Из вида граничных условий следует, что  $\text{Im}k < 0$  при  $\theta = \pi/2$  (динамо-волны затухают на границе) и  $\text{Im}k > 0$  на экваторе (динамо-волна затухает на экваторе). Поскольку  $\hat{\alpha} = 0$  на полюсе и экваторе, концы четырех ветвей для  $k$  могут быть получены из уравнения

$$\Gamma + ikv + k^2 = 0. \quad (8)$$

Для растущих решений ( $\text{Re}\Gamma > 0$ ) один корень уравнения (8) принадлежит верхней, а другой — нижней полуплоскости. Если  $\text{Im}\Gamma = 0$  (т.е. волна

становится стоячей), то решения уравнения (8) становятся чисто мнимыми и динамо-волна перестает затухать на полюсе и экваторе.

Как и для обычного динамо Паркера [11], не существует одной ветви  $k(\alpha)$ , гладко соединяющей точки, отвечающие полюсу и экватору. Поэтому мы подбираем  $\Gamma$  так, чтобы гладкое решение сшилось из каких-нибудь двух ветвей — это и есть условие для определения  $\Gamma$ . Как и в обычном динамо Паркера, мы считаем, что сшивка происходит в точке  $\theta = \theta^*$ , где  $\alpha$  становится максимальным. Мы обсудим правомерность этого предположения ниже.

Условие, что две ветви  $k(\alpha)$  имеют общую точку, состоит в том, что обращается в ноль производная левой части уравнения Гамильтона—Якоби по  $k$ , и оно имеет вид

$$2(2k_0 + iv)(\Gamma_0 + ik_0v + k_0^2) = i, \quad (9)$$

где  $k_0 = k(\theta^*)$  (мы принимаем во внимание, что  $\alpha(\theta^*) = 1$  в силу условия нормировки  $\alpha$ ). Из (7), (9) для  $k_0$  вытекает:

$$4k_0(2k_0 + iv)^2 = i. \quad (10)$$

Соответствующее уравнение для динамо Паркера (в случае  $v = 0$ ) легко разрешается явно [11]. Наше уравнение сложнее, и мы решаем его численно. В результате мы получаем три возможных значения  $k_0$ , а из (9) — три значения  $\Gamma$ , которые, как функции  $v$ , представлены на рис. 1. Величина  $\text{Im}\Gamma$  обращается в нуль, т.е. динамо-волна становится стоячей, если

$$v = v_{\text{crit}} = 3/2. \quad (11)$$

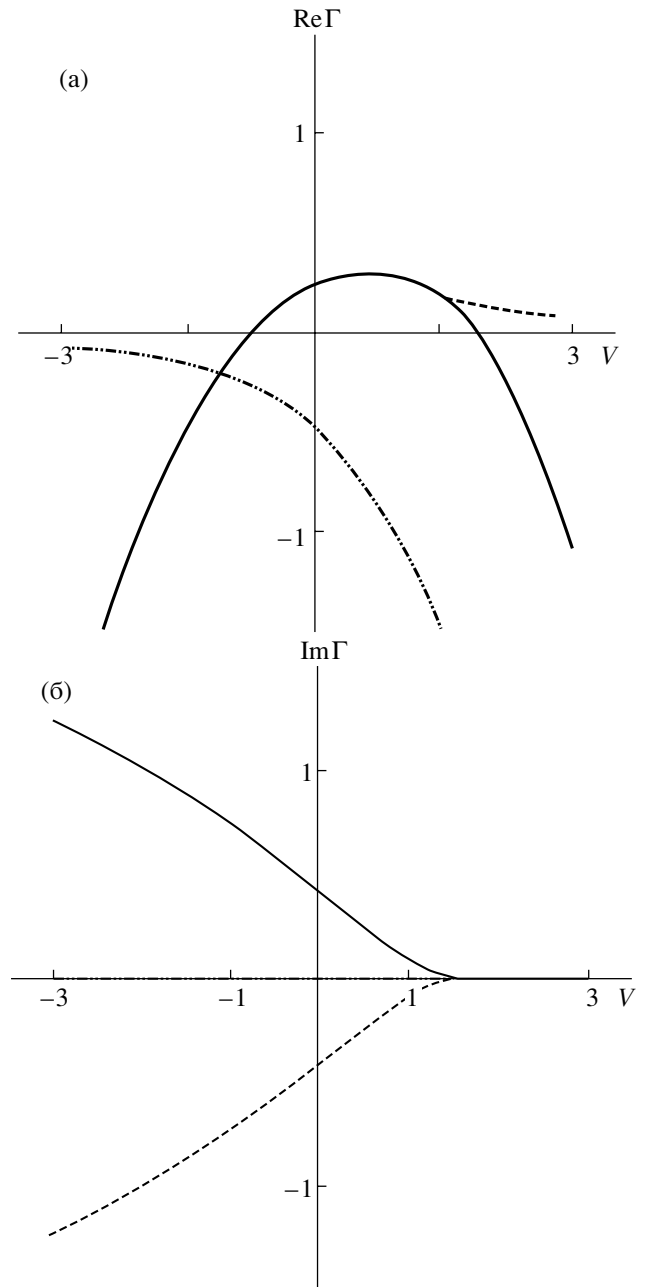
Эта оценка близка (хотя и несколько выше) чем аналогичный результат, полученный на основе локального анализа (4). Отметим, что  $\text{Re}\gamma$  остается положительным по крайней мере на двух ветвях при  $v = v_{\text{crit}}$ , когда  $\text{Im}\Gamma$  обращается в ноль.

Выражение для  $v_{\text{crit}}$  можно найти аналитически. Для этого заметим, что при  $v = v_{\text{crit}}$  в точке  $\theta^*$  из (10) вытекает, что действительные части всех корней  $k$  обращаются в нуль, а мнимые части двух корней совпадают. Отсюда после некоторых преобразований и получается (11).

Теперь удобно вернуться к вопросу о правомерности выбора точки  $\theta^*$  в качестве точки сшивки ветвей. Мы провели аналогичные вычисления, предполагая, что сшивка происходит при некотором значении  $\alpha = \bar{\alpha} < 1$ . Тогда, если соответствующее решение существует, то величина

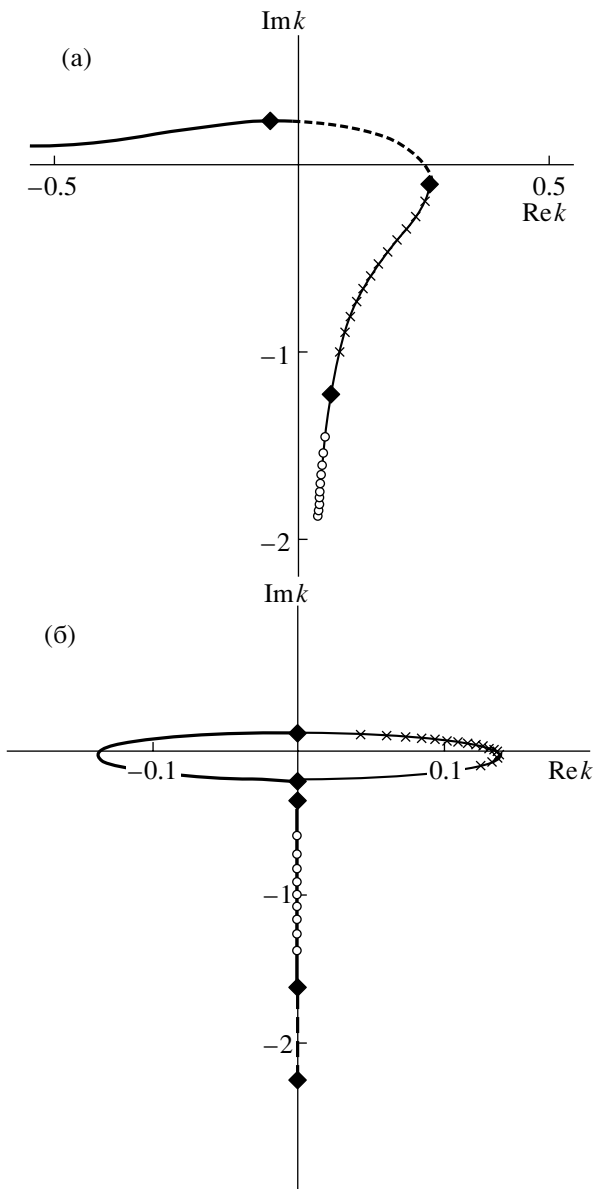
$$v_{\text{crit}} = \frac{3}{2} \sqrt[3]{\bar{\alpha}}, \quad (12)$$

т.е. она меньше, чем дает формула (11), а  $\text{Re}\Gamma$  оказывается меньше, чем в предыдущем случае. Поэтому наиболее быстро растущее решение должно иметь сшивку в точке  $\theta^*$ .



**Рис. 1.** Зависимость трех значений (сплошная, штриховая и пунктирная линии) величины  $\text{Re}\gamma$  (а) и величины  $\text{Im}\gamma$  (б) от скорости циркуляции  $v$ .

Теперь мы численно решаем уравнение Гамильтона—Якоби для найденного  $\Gamma$  и избранного значения  $v$  и убеждаемся, что при достаточно малых  $v$  две ветви  $k$  сливаются в гладкую кривую на комплексной плоскости  $k$ , которая начинается в точке на верхней полуплоскости (полюс) и переходит в точку на нижней полуплоскости, которая соответствует экватору. Мы представляем результаты при различных значениях  $v$  на рис. 2а. При этом мы вы-



**Рис. 2.** Четыре ветви импульса  $k$  (жирная сплошная линия, штриховая линия, тонкая сплошная линия с крестиками и тонкая сплошная линия с кружками) на комплексной плоскости: (а)  $v < v_{crit}$ , (б)  $v > v_{crit}$ .

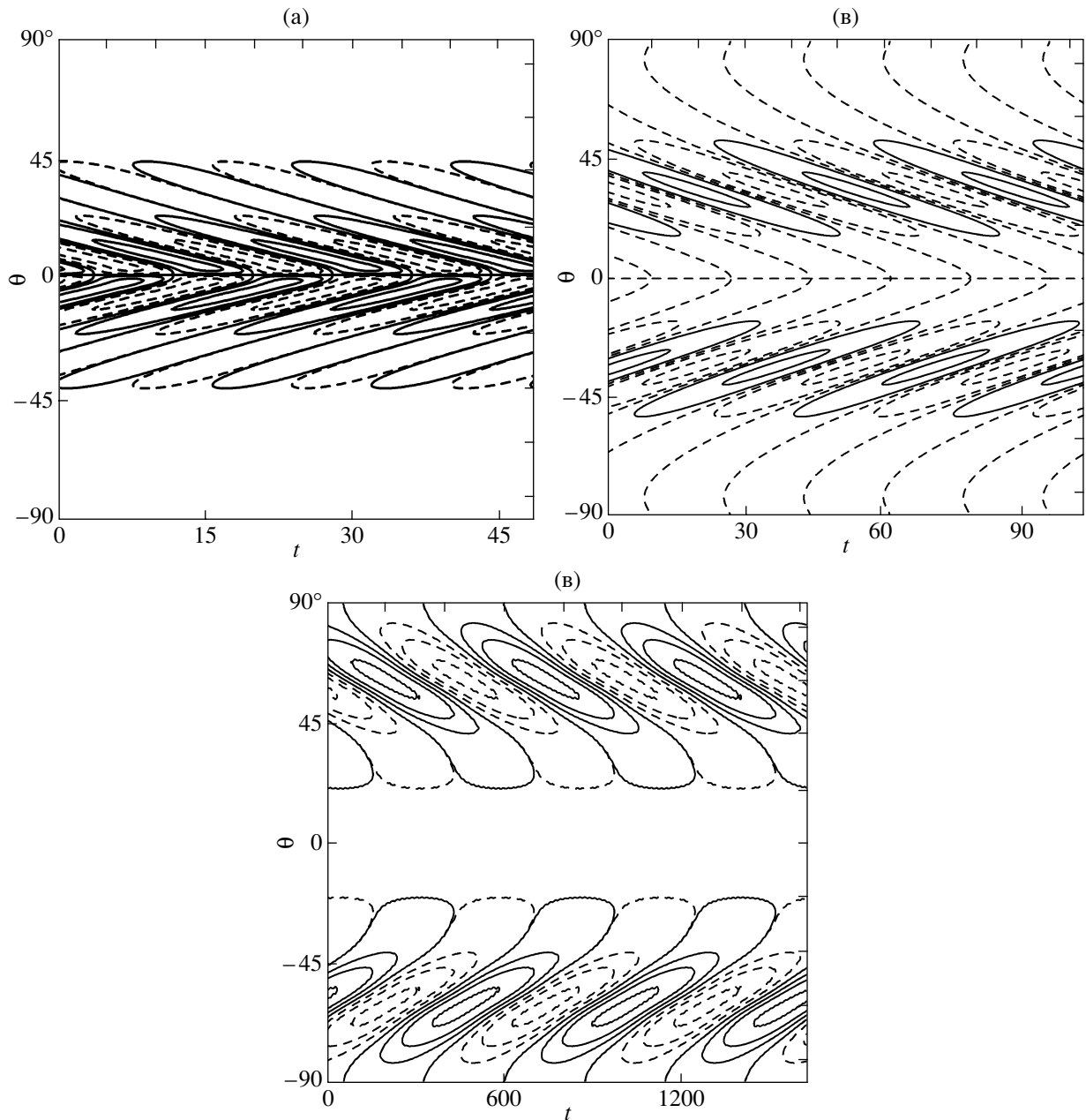
брали одно из комплексно-сопряженных значений  $\Gamma$ . При выборе другого значения картина зеркально отражается относительно мнимой оси.

На рис. 2б видно, что при достижении  $v$  критического значения расположение ветвей  $k$  на комплексной плоскости меняется, и ветви, которые могли бы соединить полюс и экватор, перестают сливаться в точке  $\theta^*$ , где теперь сливаются другие ветви. Это значит, что при  $v > v_{crit}$  решение уже нельзя описывать с помощью метода ВКБ.

### 5. ЧИСЛЕННЫЕ ОЦЕНКИ

Неприменимость приближения ВКБ еще не означает неприменимости динамо Паркера, поэтому мы дополнили аналитическое изучение динамо-волны численным. Мы использовали стандартную аппроксимацию второго порядка для наших уравнений с помощью конечных разностей и решили полученную спектральную задачу методом конечных разностей. При этом в качестве граничных условий на экваторе мы использовали условие дипольной симметрии ( $A'(0) = 0, B(0) = 0$ ), а на полюсе считали, что решение обращается в ноль ( $A(0) = 0, B(0) = 0$ ). Поскольку приближение Паркера неполно воспроизводит поведение динамо-волны вблизи полюса, граничные условия там являются приближенными. Поэтому мы попробовали другие варианты однородных граничных условий на полюсе (например, обращение в ноль производных) и не обнаружили их существенного влияния на полученные результаты. При решении нашей краевой задачи мы следовали [15] и использовали QR-алгоритм. Другими словами, мы прямо находили собственные решения соответствующей разностной задачи, что, конечно, дает более полную информацию об искомом спектре, чем решение задачи на установление, которое дает только старшую собственную функцию. При дискретизации задачи мы по возможности использовали представления асимптотической теории, т.е. делали замену времени  $t \rightarrow \tilde{t}|D|^{-2/3}$ , пространственной переменной  $\theta \rightarrow \tilde{\theta}|D|^{-1/3}$ , меридиональной циркуляции  $\tilde{V} = v|D|^{-1/3}$  и искомых функций  $\tilde{B} = B|D|^{-2/3}$ . Это позволяет получать решения вплоть до  $|D| = 10^9$ , что вполне достаточно с точки зрения физики Солнца.

Полученные численные результаты в целом воспроизводят выводы асимптотической теории. Меридиональная циркуляция, направленная против движения динамо-волны, увеличивает период цикла и при небольших  $v$  несколько увеличивает эффективность работы динамо, т.е. скорости роста  $\text{Re } \gamma$ . При достижении динамо некоторой критической скорости  $v_{crit}$  волна практически останавливается ( $\text{Im } \gamma$  обращается в нуль), а динамо-волна концентрируется вблизи полюса (соответствующие бафтерфляй-диаграммы приведены на рис. 3). Однако численный расчет дает  $v_{crit} \approx 1$  вместо в полтора раза большего значения, предсказываемого асимптотической теорией. После этого растущее решение существует вплоть до  $v = v^* \approx 1.5$ , где скорость роста обращается в нуль. Величина  $v^*$  гораздо ближе к величине  $v_{crit}$ , предсказанной асимптотической теорией, нежели численная оценка этой величины. Итак, мы заключаем, что асимптотическая теория неполно описывает поведение решения в интервале  $1 \leq v \leq 1.5$ . Вместо внезапного



**Рис. 3.** Модельные бафтерфляй-диаграммы для трех значений меридиональной циркуляции: (а) —  $v < 0$ , тороидальное магнитное поле сносится к экватору; (б) — умеренные положительные значения  $v$ , тороидальное магнитное поле сосредоточено в средних широтах; (в) —  $v = 1$  (что несколько меньше критического значения  $v^*$ ; при этом же значении  $v$  построен рис. 2а), тороидальное магнитное поле сносится в полярную область.

исчезновения растущего осциллирующего решения при увеличении  $v$ , вытекающего из асимптотических представлений, мы получаем целый интервал значений  $v$ , в котором решение разрушается с ростом  $v$ .

При отрицательных значениях  $v$  (меридиональная циркуляция направлена вдоль движения динамо-волны) скорость роста и период цикла падают, причем при некотором значении  $v =$

$= v^*$  решение перестает расти. Эти свойства воспроизводятся численно, однако оценка  $v^*$  получается несколько меньше, чем предсказывает асимптотическая теория.

Отмеченное расхождение между асимптотической теорией и численным решением свидетельствует, конечно, о неполной адекватности метода ВКБ для рассматриваемой задачи. Подобные недостатки метода для решения задачи динамо в

разных контекстах отмечались и ранее (см., например, [16, 17]). Модернизация асимптотических методов и полное описание полученных численных результатов выходят за рамки этой работы.

## 6. ОБСУЖДЕНИЕ

Итак, мы выяснили, что описание меридиональной циркуляции, пусть и в ограниченном объеме оказывается совместимой с приближением Паркера. Она действительно может существенно увеличить период солнечного цикла и при определенных условиях удлинить его на порядок. Это происходит в том случае, когда циркуляция направлена против движения волны, т.е. от экватора к полюсу. Мы обнаружили, что локальный анализ динамо при учете меридиональной циркуляции далеко не полно описывает свойства решения в неоднородной среде. В частности, локальный анализ предсказывает, что существенное (в несколько раз) увеличение периода цикла требует практически точного совпадения по величине (и противоположности по направлению) скорости волны и циркуляции. Для Солнца подобное совпадение выглядело бы как реализация маловероятной возможности. Вместо этого наша задача обнаруживает целый интервал значений циркуляции, в котором волна практически останавливается, а цикл радикально удлиняется. Однако рассмотренное приближение Паркера вряд ли описывает этот наиболее интересный интервал параметров в деталях.

Отметим, что в рамках рассмотренного приближения меридиональная циркуляция не позволяет повернуть направление распространения динамоволны. При увеличении циркуляции волна может остановиться, а потом решение становится неосциллирующим и далее затухающим.

В задачах без циркуляции зазор между численными и асимптотическими методами оказывается гораздо уже [18]. Поскольку главная цель асимптотических решений — понять природу численных результатов, мы констатируем, что пока еще понимаем природу моделей с меридиональной циркуляцией значительно хуже, чем природу традиционных моделей, основанных на альфа-эффекте и дифференциальном вращении. Мы полагаем, что поиск новых асимптотических методов, уменьшающих этот зазор, является актуальной задачей теории динамо.

Полученные результаты также интересны для теории геодинамо. Как уже упоминалось выше, остановка волны в рамках линейного анализа при  $V = V^*$  казалось ранее маловероятной. Поэтому для объяснения устойчивого дипольного поля в двумерных (осесимметричных)  $\alpha\omega$ -моделях предлагалось два подхода. Первый — это повышение амплитуды динамо-числа [19, 20]. В этом случае

получается решение в виде так называемых вассилляций, т.е. колебаний на фоне ненулевого среднего по времени значения. Другой путь состоит в изменении формы альфа-эффекта, как это сделано в известной  $Z$ -модели Брагинского и др. [21]. Однако изменение амплитуды динамо-числа сложно оправдать в свете современных представлений об общей динамике геофизических процессов в ядре Земли, а использование специфической формы альфа-эффекта также требует дополнительных предположений. В рамках данной работы нам удалось удовлетворить требованиям стационарности поля в рамках простой модели Паркера.

Работа была выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 06-05-64619 и 07-02-00127) и фонда INTAS (грант № 03-51-5807).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. E. N. Parker, *Astrophys. J.* **122**, 293 (1955).
2. P. H. Roberts and M. Stix, *Astron. and Astrophys.* **18**, 453 (1972).
2. R. Hollerbach, R. Rüdiger, *The Magnetic Universe* (Weinheim: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2004).
4. A. R. Choudhuri, M. Schussler, and M. Dikpati, *Astrophys. J.* **303**, L29 (1995).
5. M. Dikpati and P. A. Gilman, *Astrophys. J.* **559**, 428 (2001).
6. M. Dikpati, G. Toma, P. A. and Gilman, *Geophys. Res. Lett.* **33**, L05102 (2006).
7. С. И. Брагинский, *Журн. эксперим. и теор. физ.* **48**, 2178 (1964).
8. Х. К. Моффат, *Возбуждение магнитного поля в проводящей среде* (М.: Мир, 1980).
9. Ф. Краузе, К.-Х. Рэдлер, *Магнитная гидродинамика средних полей и теория динамо* (М.: Мир, 1984).
10. Д. Д. Соколов, М. Фьок, Э. Нем-Риб, *Магн. гидродин.* **31**, № 1, 19 (1995).
11. К. М. Kuzanyan and D. D. Sokoloff, *Geophys. and Astrophys. Fluid Dynam.* **81**, 113 (1995).
12. V. M. Galitski and D. D. Sokoloff, *Geophys. and Astrophys. Fluid Dynam.* **91**, 147 (1999).
13. В. М. Галицкий, К. М. Кузанын, Д. Д. Соколов, *Астрон. журн.* **82**, 378 (2005).
14. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика (нерелятивистская теория)* (М.: Наука, 1989).
15. А. А. Рuzмайкин, Д. Д. Соколов, В. И. Турчанинов, *Астрон. журн.* **57**, 311 (1980).
16. A. Bardou, B. von Rekowski, W. Dobler, et al., *Astron. and Astrophys.* **370**, 635 (2001).
17. P. J. Fox and M. R. E. Proctor, *Phys. Rev. E* **57**, 491 (1998).
18. G. M. Belvedere, K. M. Kuzanyan, and D. D. Sokoloff, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **315**, 778 (2000).

19. *Advances in solar system magnetohydrodynamics*, eds R. Priest and A. W. Hood. (Cambridge: Cambridge University Press, 1991).
20. М. Ю. Решетняк, В. Э. Павлов, Докл. Акад. наук (геофизика) **372**, 683 (2000).
21. S. I. Braginsky and P. H. Roberts, Geophys. and Astrophys. Fluid Dynam. **38**, 327 (1987).